OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 15.02.2014

Clasa a XI-a

Problema 1

Fie șirul (x_n) ,n≥1 definit astfel: x_1=3, x_n=x_{n-1}+2n+1, n>1.

Calculați $\lim\limits_{n\to\infty}$ n[$\ln 2$ +ln($\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{x_{2i-1}}$)].

Problema 2

Se consideră șirul (x_n)n≥1 de numere reale pozitive cu $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$.

Să se calculeze:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{x_1^2-x_1x_2+x_2^2}+\sqrt{x_2^2-x_2x_3+x_3^2}+\cdots+\sqrt{x_n^2-x_n\,x_1+x_1^2}}{n}$$

GMB 4/2012

Problema 3

a) Să se arate că $A^2=Tr(A)A-\det(A)I_2$, unde A∈ M_2 (**C**).

b) Să se arate că A(A+B)B=B(A+B)A, pentru A și B ∈ M_2 (**C**) astfel încât Tr(A)+Tr(B)=0.

Problema 4

Fie A,B ∈ M_2 (**Q**) astfel încât AB=BA, det A = -3 și det(A+$\sqrt{3}$B)=0.

Să se calculeze det(A^2+B^2-AB)

GMB 12/2011

Probleme selectate de Prof. Ursan Rodica

Notă: a) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
b) Toate problemele sunt obligatorii.
c) Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.