OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 15.02.2014

Clasa a VI-a

Barem de corectare

Problema 1

a) Calculul sumei **(3p)**

b) $S=\frac{\overline{abc}-\overline{ab}}{900}+\frac{\overline{bca}-\overline{bc}}{900}+\frac{\overline{cab}-\overline{ca}}{900}=\frac{100a+100b+100c}{900}=\frac{a+b+c}{9}$ **(2p)**

$\frac{a+b+c}{3}=6 \Rightarrow a+b+c=18 \Rightarrow S=\frac{18}{9}=2$ **(2p)**

Problema 2

a) Fie a numărul natural de trei cifre. Atunci: $a=10\cdot q_1+8$ *si* $a=12\cdot q_2+10$ **(1p)**

Din cele două relaţii obţinem: $a+2=10\cdot q_1+10 \Rightarrow a+2=10\cdot(q_1+1) \Rightarrow 10/(a+2)$ si $a+2=12\cdot q_2+12 \Rightarrow a+2=12\cdot(q_2+1) \Rightarrow 12/(a+2) \Rightarrow (a+2) \in M_{10} \cap M_{12}$ **(1p)**

Cel mai mic multiplu comun al numerelor 10 şi 12 este 60, deci $(a+2) \in \{60, 120, 180, 240, 300, \ldots\}$ **(1p)**

Rezultă că $a \in \{58, 118, 178, 238, 298, \ldots\}$, deci a=118 **(1p)**

b) $a \geq 5$ și a prim $\Rightarrow$ a impar **(1p)** $\Rightarrow$ restul este număr impar **(1p)** resturile care convin sunt: 1; 5; 7 și 11 **(1p)**.

Problema 3

În relaţia $a+3b+15c=123$ avem: $3/3b$, $3/15c$, $3/123 \Rightarrow 3/a$, dar a fiind număr prim$\Rightarrow a=3$ **(2p)**

Atunci $3b+15c=120 \Rightarrow b+5c=40$, *dar* $5/5c$, $5/40$, b număr prim$\Rightarrow b=5 \Rightarrow 5c=35 \Rightarrow c=7$ **(1p)**

Notând $m(\widehat{BOC})=x$ obţinem $m(\widehat{AOB})=\frac{3}{5}x$ şi $m(\widehat{COD})=\frac{7}{5}x$. **(1p)**

Soluţia ecuaţiei $\frac{3}{5}x+x+\frac{7}{5}x=150°$ este $x=50°$, deci $m(\widehat{AOB})=30°$, $m(\widehat{BOC})=50°$, $m(\widehat{COD})=70°$ **(2p)**

Fie (OE şi (OF bisectoarele unghiurilor $\widehat{BOC}$, respectiv $\widehat{COD}$.

Atunci $m(\widehat{EOF})=60°$ **(1p)**

Problema 4

a) Pentru fiecare lungime corect aflata se acorda 1 punct.

b) $M_{1000}M=\frac{M_1M_{2000}-M_1M_{1000}}{2}$ **(1p)**

$M_1M_{1000}=1+2+\ldots+999=\frac{1000\cdot 999}{2}$, $M_1M_{2000}=1+2+\ldots+1999=\frac{2000\cdot 1999}{2}$ **(1p)**

Str. Mihai Eminescu nr. 11, 410019, Oradea
Tel: +40 (0) 259 41 64 54,
Tel./fax: +40 (0) 359 43 62 07,
Fax: +40 (0) 259 41 80 16,
+40 (0) 259 47 02 22,
Web: www.isjbihor.ro
E-mail: isjbihor@yahoo.com

Calculul lungimii M_1M **(1p)**

Notă: a) Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte.
b) Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.

Str. Mihai Eminescu nr. 11, 410019, Oradea
Tel: +40 (0) 259 41 64 54,
Tel./fax: +40 (0) 359 43 62 07,
Fax: +40 (0) 259 41 80 16,
+40 (0) 259 47 02 22,
Web: www.isjbihor.ro
E-mail: isjbihor@yahoo.com