



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 09.02.2013

VIII. osztály

1. feladat

- a) Határozd meg az „ x ” valós szám értékét, melyre az $E(x) = \frac{1}{x^2 - 4024x + 2013 \cdot 2012}$ törtnek az értéke a legnagyobb és találd meg ezt az értéket.
- b) Tudva, hogy $x \cdot y \cdot z = 1$ igazold az $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = 1$ egyenlőséget.

2. feladat

- a) Igazold, hogy egy pozitív valós szám és inverzének összege nagyobb vagy egyenlő mint 2. Mikor teljesül az egyenlőség?
- b) Legyen AB és CD két különböző szakasz a térben úgy, hogy teljesüljön a $\frac{CA}{CB} + \frac{CB}{CA} + \frac{DA}{DB} + \frac{DB}{DA} = 4$ összefüggés. Igazold, hogy $AB \perp CD$.

3. feladat

Az ABC , $m(\angle A) = 90^\circ$, derékszögű háromszög síkjára az $AM=10$ cm merőleget emeljük. Tudva, hogy $AB = 40$ cm és $AC = 30$ cm, számítsd ki:

a) az MBC háromszög területét,

b) az A pont távolságát az MBC síktól.

4. feladat

Adott $2^{2013}+2$ prímszám. Mutasd ki, hogy létezik ezek közül kettő, melyek különbsége 2^{2014} -nek többszöröse.

Megjegyzés: a) Munkaidő 3 óra.
b) Minden feladat kötelező.
c) Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak.