



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 09.02.2013

Clasa a VIII-a

Problema 1

a) Determinați valoarea numărului real „x” pentru care raportul $E(x) = \frac{1}{x^2 - 4024x + 2013 \cdot 2012}$ are cea mai mare valoare și găsiți care este aceasta.

b) Demonstrați că dacă $x \cdot y \cdot z = 1$, atunci $\frac{1}{1+x+xy} + \frac{1}{1+y+yz} + \frac{1}{1+z+zx} = 1$

Problema 2

a) Demonstrați că suma dintre un număr real strict pozitiv și inversul lui este mai mare sau egală cu 2. Când avem egalitate?

b) Se consideră două segmente distincte AB și CD în spațiu, astfel încât să fie adevărată relația:

$$\frac{CA}{CB} + \frac{CB}{CA} + \frac{DA}{DB} + \frac{DB}{DA} = 4. \text{ Demonstrați că } AB \perp CD.$$

Problema 3

Pe planul triunghiului dreptunghic ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$ se ridică perpendiculara pe planul triunghiului, pe care se ia $AM = 10$ cm. Știind că $AB = 40$ cm și $AC = 30$ cm, să se calculeze:

a) aria triunghiului MBC,

b) distanța de la punctul A la planul MBC.

Problema 4

Se consideră $2^{2013} + 2$ numere prime. Să se arate că există printre ele două care au diferența multiplu de 2^{2014} .

Notă: a) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

b) Toate problemele sunt obligatorii.

c) Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.