



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 09.02.2013

Clasa a VI-a

Barem de corectare

Problema 1

Numărul n mai poate fi scris: $n = 2013(2013 - 1) - 2012 = 2013 \cdot 2012 - 2012$

$$= 2012(2013 - 1) = 2012 \cdot 2012 = 2012^2 \dots\dots\dots 2p$$

$$\Rightarrow \frac{3^{2012} + 3^{2011}}{3^{2011} + 3^{2010}} = \frac{3^{2011}(3+1)}{3^{2010}(3+1)} = \frac{4 \cdot 3^{2011}}{4 \cdot 3^{2010}} = 3 \dots\dots\dots 2p$$

$$\text{Din } \frac{7x}{4} = \frac{503}{5 \cdot n \cdot \left(\frac{3^{2012} + 3^{2011}}{3^{2011} + 3^{2010}} \right)} \text{ deducem } \frac{7x}{2012 \cdot 4} = \frac{503}{15 \cdot 2012^2} \Leftrightarrow x = \frac{2012 \cdot 4 \cdot 503}{7 \cdot 15 \cdot 2012^2} \Rightarrow x = \frac{1}{105} \in \mathbb{Q} \dots\dots\dots 3p$$

Problema 2

$100a+10b+c$ se divide cu 17

$$\Rightarrow 15a+10b+c \text{ se divide cu } 17 \quad (1)$$

Dar $12a-6b+c$ se divide cu 17

Se adună ultimele două relații și se obține că: $27a+4b+2c$ se divide cu 17.....2p.

Deci $5a+2b+c$ se divide cu 17.....1p.

Scăzând ultima relație din relația (1) se obține $5a+4b$ divizibil cu 171p

Deoarece a și b sunt cifre, $a \neq 0$, avem $5 \leq 5a+4b \leq 81$, deci $5a+4b \in \{17, 34, 51, 68\}$ 1p

Analizând cazurile posibile se obțin soluțiile: 136; 612; 748 2p.

Problema 3

a) Dacă ordinea punctelor este A-B-C atunci $MC=8$ cm (2p)

Dacă ordinea punctelor este C-A-B atunci $MC=4$ cm (2p)

b) Se poate lua $a=2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 2015+2$ (2p)

Justificare: $a-2+i$ este divizibil cu i , pentru i de la 2 la 2015 (1p)

Problema 4

$$\text{Notăm } m(\angle BOC) = x \Rightarrow m(\angle AOB) = 3x.$$

Notăm cu [OM bisectoarea unghiului AOB și [ON bisectoarea unghiului BOC



Avem 2 cazuri: Cazul 1. $[OB \in \text{Int}(\angle AOC)]$.

a) $m(\angle MON) = m(\angle MOB) + m(\angle BON) = 2x$, de unde $x = 20^\circ$ 2p.

$\Rightarrow m(\angle AOB) = 60^\circ, m(\angle BOC) = 20^\circ, m(\angle AOC) = 80^\circ$ 1p.

b) $m(\angle AOB') = 120^\circ$ 1p.

Cazul 2. $[OC \in \text{Int}(\angle AOB)]$.

a) $m(\angle MON) = m(\angle MOB) - m(\angle NOB) = x$, de unde $x = 40^\circ$ 1p.

$\Rightarrow m(\angle AOB) = 120^\circ, m(\angle BOC) = 40^\circ, m(\angle AOC) = 80^\circ$ 1p.

b) $m(\angle AOB') = 60^\circ$ 1p.

Notă: a) Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte.

b) Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.