



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

Clasa a XII-a

- Se dă mulțimea $M = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ și } a^2 - 5b^2 = 1\}$
 - Arătați că pentru oricare $x, y \in M$ avem $x \cdot y \in M$.
 - Găsiți un element din M cu $b \neq 0$.
 - Demonstrați că mulțimea M are cel puțin 2012 elemente.
- Se consideră legea de compoziție $*$: $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ definită astfel $x * y = xy - 7x - 7y + 56$, $(\forall) x, y \in \mathbb{Z}$. Să se determine elementele simetrizabile în raport cu legea "*".
- Arătați că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \in [-1, 1] \\ 1 - |x|, & x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \end{cases}$ admite primitive și determinați primitiva F a funcției f cu proprietatea $F(0) = 1$.
- Calculați $\int \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx$.

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7