



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

Barem: clasa a XII-a

1.) a.) Se consideră

$$x, y \in M, x = a + b\sqrt{5}, y = c + d\sqrt{5} \text{ cu } a, b, c, d \in \mathbb{Z} \text{ și } a^2 - 5b^2 = 1, c^2 - 5d^2 = 1$$

$$x \cdot y = ac + 5bd + (ad + bc)\sqrt{5} \quad 1p$$

$$(ac + 5bd)^2 - 5(ad + bc)^2 = (a^2 - 5b^2)(c^2 - 5d^2) = 1 \cdot 1 = 1 \quad 1p$$

$$\Rightarrow x \cdot y \in M \quad 1p$$

b.) Găsirea unui element și justificarea că este din mulțimea dată (de exemplu $9 + 4\sqrt{5}$)
2p

c.) Notând $x_0 \in M$ elementul găsit la punctul b.) se obține $x_0^2, x_0^3, \dots, x_0^{2012} \in M$ deci mulțimea M are cel puțin 2012 elemente
2p

2.) Elementul neutru $e = 8$ 1p

$$\text{Simetricul lui } x \text{ este } x' = \frac{7x - 48}{x - 7} \quad 2p$$

$$\text{Condiția } x' \in \mathbb{Z} \quad x' = \frac{7x - 49}{x - 7} + \frac{1}{x - 7} = 7 + \frac{1}{x - 7} \in \mathbb{Z} \quad 1p$$

$$\text{Avem } x - 7 = 1 \Rightarrow x = 8 \quad 1p$$

$$\text{Sau } x - 7 = -1 \Rightarrow x = 6 \quad 1p$$

$$\text{Mulțimea elementelor simetrizabile este } \{6, 8\} \quad 1p$$

3.) Explicitarea funcției

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & x \in (-\infty, -1) \\ 1 - x^2, & x \in [-1, 1] \\ 1 - x, & x \in (1, \infty) \end{cases} \quad 1p$$

Verificarea continuității în punctele -1 și 1 , de unde funcția admite primitive 1p

$$\text{O primitivă de forma } F(x) = \begin{cases} x + \frac{x^2}{2} + c_1, & x \in (-\infty, -1) \\ x - \frac{x^3}{3} + c_2, & x \in [-1, 1] \\ x - \frac{x^2}{2} + c_3, & x \in (1, \infty) \end{cases} \quad 1p$$

$$\text{Din condiția } F(0) = 1 \Rightarrow c_2 = 1 \quad 1p$$

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ
11.02.2012

Funcția F este continuă în -1 și 1 și se obține $c_1 = \frac{5}{6}$ și $c_3 = \frac{7}{6}$

2p

Forma finală a funcției F

1p

$$4) \int \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx = \int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx + \int \frac{x}{x^4 + 1} dx = I_1 + I_2 \quad (1p)$$

$$I_1 = \int \frac{x^3}{x^4 + 1} dx = \frac{1}{4} \int \frac{du}{u} = \frac{1}{4} \ln|u| + c = \frac{1}{4} \ln|x^4 + 1| + c \quad (3p)$$

$$I_2 = \int \frac{x}{x^4 + 1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{du}{u^2 + 1} = \frac{1}{2} \arctg u + c = \frac{1}{2} \arctg x^2 + c \quad (3p)$$

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 3 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7