



## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

Clasa a XI-a

## Secțiunea H2

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

## 1. FELADAT

Adott az  $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$  mátrix.

- a) Határozd meg az  $a$  és  $b$  valós számokat úgy, hogy:  $A^2 = a \cdot A + b \cdot I_2$
- b) Igazold, hogy:  $A^n = nA + (1 - n)I_2$ ,  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$
- c) Igazold, hogy az  $A + A + \dots + A^n$  mátrix elemeinek összege egy páros szám, bármely  $n \in \mathbb{N}, n \geq 1$

## 2. FELADAT

a) Számítsd ki szorzat formájában felírva a következő determinánst:  $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix}$ .

b) Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:  $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4^x & 4 & 16 \\ 8^x & 8 & 64 \end{vmatrix} = 0$ .

## 3. FELADAT

Számítsd ki:

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan x}{x + \tan x}$
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x + \sin x}$
- c)  $\lim_{x \rightarrow 0} (3^x + x)^{\frac{1}{\sin x}}$

## 4. FELADAT

Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 2} - ax - b, & x \geq 0 \\ 3x + c, & x < 0 \end{cases}$  függvény.Határozd meg az  $a, b, c \in \mathbb{R}$  paramétereket, ha tudjuk, hogy az  $f$  függvény folytonos és  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ .