

## BAREM

## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

Clasa a XI-a

## Secțiunea H1

## Filiera tehnologică - toate profilurile și specializările

1. Fie matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \sqrt{x} \\ 1 & 0 & 1 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- a) Determinați valoarea numărului real  $x$  astfel încât  $\det(A(x))=1$   
b) Demonstrați că:  $\det(A(x) \cdot A(1) - A(x+1)) > 0$ , oricare ar fi  $x > 0$   
c) Arătați că determinantul matricei  $B(n)=A(1^2)+A(2^2)+\dots+A(n^2)$  este diferit de zero oricare ar fi  $n$  număr natural mai mare sau egal cu 2.

**Barem**

1. a)  $\det(A(x))=\sqrt{x}-1$  ..... 1p  
 $x=4$  ..... 1p  
b) calcul  $A(x) \cdot A(1) - A(x+1)$  ..... 1p  
calcul determinant ..... 1p  
concluzia ..... 1p  
c) calcularea lui  $B(n)$  ..... 1p  
demonstrarea cerinței ..... 1p

2. Fie  $A(1,1)$ ,  $B(-1,-2)$ ,  $C(p,q)$  trei puncte în plan.

- a) Dacă  $C$  aparține dreptei de ecuație  $x+y-3=0$  să se determine valorile lui  $p$  și  $q$  numere naturale astfel încât aria triunghiului  $ABC$  să fie minimă și să se determine valoarea ariei în acest caz.  
b) Calculați distanța de la  $C$  la  $AB$  dacă  $C(1,2)$

**Barem**

2. a)  $A = \frac{1}{2} |3p - 2q - 1|$  ..... 1p  
 $C$  aparține dreptei date  $\Rightarrow p+q-3=0 \Rightarrow q=3-p$  ..... 2p  
 $A = \frac{1}{2} |5p - 7|$  are valoarea minimă egală cu 1 pentru  
 $p=1 \Rightarrow q=2$  ..... 2p  
c) ecuația dreptei  $AB$ :  $3x-2y-1=0$  ..... 1p  
distanța  $= \frac{2\sqrt{13}}{13}$  ..... 1p

3. Se consideră funcția  $f: D \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-3x}}$ , unde  $D$  este domeniul maxim de definiție al funcției.

- Determinați  $D$ ;
- Calculați  $\lim_{x \nearrow 0} f(x)$ ;
- Determinați ecuațiile tuturor asimptotelor funcției.

**Barem**

a)  $x^2 - 3x > 0$  ..... 1p

$D = (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$  ..... 1p

b)  $\lim_{x \nearrow 0} f(x) = -\infty$  ..... 1p

c)  $\lim_{x \nearrow 0} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 0$  asimptotă verticală la stânga ..... 1p

$\lim_{x \searrow 3} f(x) = +\infty \Rightarrow x = 3$  asimptotă verticală la dreapta ..... 1p

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$  asimptotă orizontală spre  $+\infty$  ..... 1p

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow y = -1$  asimptotă orizontală spre  $-\infty$  ..... 1p

4. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x)}{x}, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ b \cdot \left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \end{cases}$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Determinați  $a, b \in \mathbb{R}$  pentru care funcția este continuă.

**Barem**

$\lim_{x \nearrow 0} f(x) = \lim_{x \nearrow 0} \frac{\ln(1+(-x))}{-x} \cdot \frac{-x}{x} = -1$  ..... 2p

$\lim_{x \searrow 0} f(x) = b \cdot \lim_{x \searrow 0} \left(1 + \frac{-x}{3x+1}\right)^{\frac{3x+1}{-x} \cdot \frac{-x}{3x+1} \cdot \frac{1}{x}} = b \cdot e^{-1}$  ..... 2p

$\lim_{x \nearrow 0} f(x) = \lim_{x \searrow 0} f(x) = f(0)$  ..... 1p

$f(0) = \lim_{x \nearrow 0} f(x) \Rightarrow a = -1$  ..... 1p

$\lim_{x \nearrow 0} f(x) = \lim_{x \searrow 0} f(x) \Rightarrow b = -e$  ..... 1p