



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE



INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"****etapa locală – 17 februarie 2018****CLASA a X-a****Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Științe Sociale**

1.  $a = \sqrt{31 + 8\sqrt{15}}, \quad b = \sqrt{31 - 8\sqrt{15}}, \quad c = \sqrt[3]{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \text{ și } d = \log_2 \left( \frac{a+b}{ab} \right).$

a) (3p) Arătați că  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = 8$

b) (2p) Calculați numerele  $c$  și  $d$

c) (2p) Ordonați crescător numerele  $a, b, c$  și  $d$ .

a)  $a = 4 + \sqrt{15}$  și  $b = 4 - \sqrt{15}$  ..... 2p

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = 8 \text{ ..... 1p}$$

b)  $c = \sqrt[3]{8} = 2 \text{ ..... 1p}$

$$d = \log_2 8 = 3 \text{ ..... 1p}$$

c)  $a = 4 + \sqrt{15} > 7$  și  $b = 4 - \sqrt{15} < 1 \text{ ..... 1p}$

$b < c < d < a \text{ ..... 1p}$

2. a) (4p) Calculați:  $[0, (3)]^3 \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{0,5} : 9^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{17}{6}}$

b) (3p) Logaritmați expresia:  $E = \frac{3ab^2}{4\sqrt[3]{a^4b}}$ , unde  $a, b > 0$ .

a)  $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot (3^{-3})^{\frac{1}{2}} : (3^2)^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{17}{6}} = \text{ ..... 2p}$

$$= 3^{-1} = \frac{1}{3} \text{ ..... 2p}$$

b) (Logaritmarea expresiei se poate face în orice bază)

$$\lg E = \lg(3ab^2) - \lg(4\sqrt[3]{a^4b}) \text{ ..... 1p}$$

$$\lg E = \lg 3 - \lg 4 - \frac{1}{3}\lg a + \frac{5}{3}\lg b \text{ ..... 2p}$$

---

**Adresa:** Str. Mihai Eminescu, Nr. 11, 410019, Oradea

**Tel:** +40 (0) 259 41 64 54, **Tel./fax:** +40 (0) 359 43 62 07,

**Fax:** +40 (0) 259 41 80 16, +40 (0) 259 47 02 22,

**Web:** [www.isjbihor.ro](http://www.isjbihor.ro) - **E-mail:** [contact@isjbihor.ro](mailto:contact@isjbihor.ro)

3. Fie numerele  $x = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \dots \cdot \log_{29} 30$  și

$$y = \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{2}{3} + \log_{\frac{1}{3}} \frac{3}{4} + \dots + \log_{\frac{1}{3}} \frac{242}{243}$$

- a) **(3p)** Determinați numerele întregi consecutive  $m$  și  $n$  pentru care  $m < x < n$   
b) **(4p)** Comparați numerele  $x$  și  $y$ .

a)  $x = \log_2 30$  ..... 2p

b)  $y = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{242}{243}\right) = \log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{243} = 5$  ..... 2p

Din a)  $\Rightarrow x < y$  ..... 2p

4. (7p) Fie mulțimile  $A = \left\{ x \in \mathbf{N} / \sqrt{\frac{225}{2x+1}} \in \mathbf{N} \right\}$  și  $B = \left\{ x \in \mathbf{Z} / \sqrt[3]{x-12} \in \mathbf{Z} \right\}$ .

Determinati  $A \cap B$ .

$$x \in \{0; 4; 12; 112\} \Rightarrow A = \{0; 4; 12; 112\} \quad \dots \dots \dots \quad \textbf{2p}$$

Valorile lui  $x \in A$  pentru care  $\sqrt[3]{x-12} \in \mathbf{Z}$  sunt

**Adresa:** Str. Mihai Eminescu, Nr. 11, 410019, Oradea

**Tel:** +40 (0) 259 41 64 54, **Tel./fax:** +40 (0) 359 43 62 07.

**Fax:** +40 (0) 259 41 80 16; +40 (0) 259 47 02 22.

**Web:** www.isibihor.ro - **E-mail:** contact@isibihor.ro