

Concursul Național de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapă locală – 14 februarie 2015

BAREM cls IX

Subiectul I

$$\text{Condiția } [3x] = \frac{x+x+1}{2} \text{ (1p)} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x+1}{2} \leq 3x < \frac{2x+1}{2} + 1 \\ \frac{2x+1}{2} \in \mathbb{Z} \end{cases} \text{ (1p)}$$

$$\frac{2x+1}{2} = k \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = \frac{2k-1}{2} \text{ (1p)}$$

$$\text{Din } k \leq \frac{6k-3}{2} < k+1 \text{ rezultă } \frac{3}{4} \leq k < \frac{5}{4} \text{ și } k = 1 \text{ (3p)}$$

$$\text{Soluția } x = \frac{1}{2} \text{ (1p)}$$

Subiectul II

Verificăm dacă P(0) este adevărată. (1p)

$$\text{Presupunem P(k) „A”: } 3 \cdot 5^{2k+1} + 2^{3k+1} : 17 \text{ (1p)} \Rightarrow 2^{3k+1} = 17q - 3 \cdot 5^{2k+1} \text{ (2p)}$$

$$\text{Dem. că P(k+1) „A”: } 3 \cdot 5^{2(k+1)+1} + 2^{3(k+1)+1} : 17 \text{ (1p)}$$

$$3 \cdot 5^{2k+3} + 2^{3k+4} = 3 \cdot 25 \cdot 5^{2k+1} + 8(17q - 3 \cdot 5^{2k+1}) = 17(3 \cdot 5^{2k+1} - 8q) : 17 \text{ (2p)}$$

Subiectul III

$$2015 = 5 \cdot 13 \cdot 31 \text{ (1p)}$$

$$a^2 - b^2 = 2015 \Leftrightarrow (a+b)(a-b) = 2015 \text{ (1p)}$$

$$\text{Cazuri convenabile } \begin{cases} a+b=2015 \\ a-b=1 \end{cases}, \begin{cases} a+b=403 \\ a-b=5 \end{cases}, \begin{cases} a+b=155 \\ a-b=13 \end{cases}, \begin{cases} a+b=65 \\ a-b=31 \end{cases} \text{ (2p)}$$

$$S = \{(1008, 1007), (204, 199), (84, 71), (48, 17)\} \text{ (3p)}.$$

Subiectul IV

a) Fie $AG \cap BC = \{D\} \Rightarrow D$ mijlocul $[BC]$

$$\text{Atunci } \overrightarrow{GD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = 2\overrightarrow{GD} \dots\dots\dots 1p$$

$$\overrightarrow{AG} = 2\overrightarrow{GD} \Rightarrow \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AG} \dots\dots\dots 1p$$

$$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} - \overrightarrow{AG} = \vec{0} \Rightarrow \text{cerinta} \dots\dots\dots 1p$$

$$b) \overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) \dots\dots\dots 1p$$

$$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} \dots\dots\dots 1p$$

$$\text{Finalizare} \dots\dots\dots 2p$$

¹ Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;

² Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător.