



## Concursul Național de Matematică Aplicată „ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală – 09 februarie 2013

Clasa a X-a

### SUBIECTE

- 1.) Considerăm mulțimile  $A = \mathbf{R} - \{2\}$  și  $B = \mathbf{R} - \{1\}$  și funcțiile  $f: A \rightarrow B$ ,  $f(x) = \frac{x}{x-2}$  și  $g: B \rightarrow A$ ,  $g(x) = \frac{2x}{x-1}$ .
  - a.) Determinați funcțiile  $f \circ g$  și  $g \circ f$ .
  - b.) Arătați că  $f$  și  $g$  sunt bijective și precizați inversele lor.
  - c.) Să se determine  $x \in \mathbf{Z}$  astfel încât  $f(x) \in \mathbf{N}^*$ .
- 2.) Găsiți numerele complexe  $z$  de modul 1 astfel încât  $\left| \frac{z}{z} + \frac{\bar{z}}{z} \right| = 1$ .
- 3.) Se consideră expresia  $E(x) = \log_x(x-1) + \log_{x-1}x + 2$ .
  - a.) Determinați valorile reale ale lui  $x$  astfel încât expresia să aibă sens.
  - b.) Calculați  $E\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ .
  - c.) Arătați că  $E(x) \geq 0$  pentru orice  $x > 2$ .
- 4.) Se dau numerele reale  $u = \sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}$  și  $v = \sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$ 
  - a) Determinați  $p \in \mathbf{Q}$ , astfel încât  $u = p + \sqrt{3}$
  - b) Arătați că  $u + v \notin \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$

**Notă:** a) Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.  
b) Toate problemele sunt obligatorii.  
c) Fiecare problemă se notează de la 0 la 7.