



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,  
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



CONCURSUL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
ADOLF HAIMOVICI

ETAPA LOCALĂ  
11.02.2012

**XII. osztály**

- Adott az  $M = \{a + b\sqrt{5} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ și } a^2 - 5b^2 = 1\}$  halmaz.
  - Mutassátok ki, hogy bármely  $x, y \in M$  esetén  $x \cdot y \in M$ .
  - Találjatok  $M$ -ből egy olyan elemet amelyben  $b \neq 0$ .
  - Bizonyítsátok be, hogy az  $M$  halmaznak van legalább 2012 eleme.
- Értelmezzük a következő műveletet:  $*$ :  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ ,  $x * y = xy - 7x - 7y + 56$ ,  $(\forall) x, y \in \mathbb{Z}$ .  
Határozzátok meg a szimmetrizálható elemeket a "\*" műveletre nézve.
- Mutassátok ki, hogy az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \in [-1, 1] \\ 1 - |x|, & x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty) \end{cases}$  függvénynek van primitív függvénye és határozzátok meg az  $f$  függvény  $F$  primitív függvényét, ha  $F(0) = 1$ .
- Számítsátok ki  $\int \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx$ .

**Megjegyzés:**

- Minden tétel kötelező.
- Munkaidő 3 óra
- Minden feladatot 0-tól 7-ig, egész pontokkal pontoznak.